

Indicaciones:

- Dispones de un tiempo máximo de 4 horas y media para resolver los 5 problemas.
- Cada problema bien justificado en su respuesta vale 7 puntos.
- No está permitido el uso de calculadoras, libros, formularios, celulares o cualquier otro medio electrónico.
- Para problemas distintos utiliza hojas distintas. Solo puedes utilizar el frente de cada hoja.

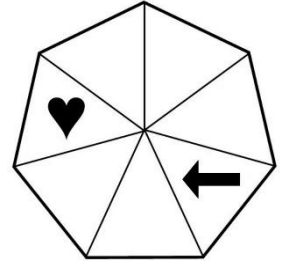


Problema 1

Lucía y Zenaida juegan en un tablero en forma de heptágono, como el que se muestra a la derecha, de acuerdo a las siguientes reglas

Lucía juega con la ficha en forma de flecha y Zenaida con la ficha en forma de corazón. En cada movimiento el corazón y la flecha se mueven de forma alternada, desde las posiciones indicadas.

En el primer movimiento, la flecha cambia a la casilla que se ubica a 3 casillas de distancia en el sentido de las manecillas del reloj (es decir, en un primer movimiento la flecha llega a la casilla en que se encontraba el corazón). Al mismo tiempo el corazón cambia a la casilla que se ubica a 4 casillas de distancia en sentido contrario a las manecillas del reloj. En un momento dado del juego, Lucía asegura que habrá un movimiento en que ambas fichas coincidirán en una misma casilla, pero Zenaida asegura que esto nunca sucederá. Demuestra quién de las dos tiene la razón.



Problema 2

En un rectángulo de $280 \text{ cm} \times 470 \text{ cm}$ se trazan las rectas que dividen a la mitad cada uno de los ángulos que están en los extremos de uno de los lados que mide 470 cm , de forma que el lado opuesto queda dividido en tres partes. ¿Cuánto miden las longitudes de esas tres partes?

Problema 3

Aarón anotó en su cuaderno varios números naturales, todos diferentes. Exactamente dos de ellos eran pares y exactamente trece de ellos son divisibles por 13. Si M es el número más grande de la lista, ¿Cuál es el menor valor posible para M ?

Problema 4

Cada tres vértices de un cubo forman un triángulo. ¿Cuántos de esos triángulos no tienen todos sus vértices sobre una de las caras del cubo?

Problema 5

En el triángulo ABC de la figura, el segmento BH es una altura y los ángulos CAD y DAB miden lo mismo. El ángulo mayor entre AD y BH mide 4 veces lo que el ángulo DAB , así como se ha marcado en la figura. ¿Cuál es la medida del ángulo CAB ?

